

**ЗАДАЧИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ.
АНАЛИТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ**

**PROBLEMS OF MATHEMATICAL PHYSICS.
ANALYTICAL METHODS**

УДК 51-72;533;537

DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-6-18

Адель Айратович Ахунов¹,

аспирант,

*Казанский национальный исследовательский
технический университет им. А. Н. Туполева,
(420111, Россия, г. Казань, ул. К. Маркса, 10),*

e-mail: Ahunov.Adel@yandex.ru

ORCID: 0000-0001-9216-4675

Надежда Алексеевна Тукмакова²,

преподаватель,

*Казанский национальный исследовательский
технический университет им. А. Н. Туполева,
(420111, г. Казань, ул. К. Маркса, 10),*

e-mail: nadejdatukmakova@yandex.ru

Дмитрий Алексеевич Тукмаков³,

кандидат физико-математических наук,

*Казанский научный центр Российской академии наук
(420111, г. Казань, ул. Лобачевского, 2/31),*

e-mail: tukmakovDA@itn.knc.ru,

ORCID: 0000-0002-0335-8548

**Численное исследование распространения ударной волны
предельно малой интенсивности из чистого газа
в электрически заряженную запылённую среду⁴**

В данной работе рассматривается распространение ударной волны предельно малой интенсивности из чистого газа в гетерогенную смесь, состоящую из твердых частиц, взвешенных в газе и имеющих электрический заряд. Используемая математическая модель

¹ А. А. Ахунов систематизировал материал статьи.

² Н. А. Тукмаков систематизировал материал статьи.

³ Д. А. Тукмаков: написание текста статьи, проведение численных расчётов, доработка программной реализации численной модели динамики электрически заряженной запылённой среды.

⁴ Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ, грант № 19-01-00442 «Особенности и эффекты волновой динамики многофазных сред», а также при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках исполнения обязательств по Соглашению номер 075-03-2020-051/3 от 09.06.2020 (номер темы fzsu-2020-0021).

учитывает скоростное и тепловое взаимодействие несущей и дисперсной компонент смеси. Силовое взаимодействие частиц и газа включало в себя силу Стокса, силу присоединённых масс, а также динамическую силу Архимеда. Несущая среда описывалась как вязкий сжимаемый теплопроводный газ. Уравнения математической модели решались явным конечно-разностным методом второго порядка точности, с применением схемы нелинейной коррекции сеточной функции. Система уравнений математической модели дополнялась граничными и начальными условиями для искомых функций. В результате численного моделирования выявлено, что в процессе движения электрически заряженной газозвеси наблюдаются существенные отличия в давлении и скорости газа, а также скорости дисперсной компоненты от аналогичных физических величин в течении газозвеси с электрически нейтральной дисперсной компонентой. Выявленные отличия параметров несущей среды при распространении ударной волны из чистого газа в нейтральную и электрически заряженную запылённую среду возникают вследствие силового взаимодействия газовой и твердой компоненты гетерогенной смеси, твердая компонента которой испытывает на себе воздействие силы Кулона.

Ключевые слова: численное решение, многофазные среды, межфазное взаимодействие, ударные волны, уравнение Навье – Стокса, внутренне электрическое поле, электрогидродинамика

Введение. Одним из разделов современной механики сплошной среды [3; 4] является динамика неоднородных сред [2; 6; 9–21]. При этом некоторые промышленные технологии требуют исследования движения электрически заряженных неоднородных сред [7; 8; 12]. Среда, состоящая из взвешенных в газе твердых частиц, или жидких капель, именуется газозвесью, и в случае если дисперсные включения твердые, то такие смеси называются запылёнными средами [2; 6]. Трудность проведения физических экспериментов с ударно-волновыми течениями запылённых сред приводит к необходимости математического моделирования таких течений [2; 4; 6].

В данной работе моделируется течение среды, представляющей собой электрически заряженную газозвесь монодисперсного состава. Предполагается, что все включения дисперсной фазы имеют одинаковый размер и состав, при этом со стороны несущей среды частицы находятся под действием силы аэродинамического сопротивления, динамической силы Архимеда, силы присоединённых масс [6, с. 57], а также в математической модели учитывается действие силы тяжести, действующей на частицы в одном из координатных направлений. При моделировании движения электрически заряженной монодисперсной газозвеси рассматривается сила Кулона, действующая со стороны электрического поля, которое создано распределённым зарядом твёрдой составляющей газозвеси.

Методика исследований. Для описания движения неоднородной среды применяется система уравнений динамики многоскоростной и многотемпературной газозвеси со скоростным скольжением фаз и межфазным теплообменом. Одним из наиболее важных параметров дисперсной компоненты гетерогенной смеси является «средняя плотность», представляющая собой произведение объёмного содержания дисперсной компоненты на физическую плотность материала дисперсной фазы [2; 6]. Физическая плотность материала дисперсных включений в процессе течения мно-

гофазной среды не изменяется. При этом объёмное содержание является функцией временной и пространственных переменных. Движение несущей среды описывается системой уравнений Навье – Стокса [3; 4] для сжимаемого теплопроводного газа с учётом межфазного силового взаимодействия и теплообмена:

$$\frac{\partial \rho_1}{\partial t} + \nabla(\rho_i \mathbf{V}_i) = 0, (i = 1, 2), \quad (1)$$

$$\frac{\partial \rho_1 \mathbf{V}_1^k}{\partial t} + \nabla^i(\rho_1 \mathbf{V}_1^k \mathbf{V}_1^i + \delta_{ik} \mathbf{p} - \tau_{ik}) = -\mathbf{F}_k + \alpha \nabla^k \mathbf{p}, (i, \mathbf{k} = 1, 2); \quad (2)$$

$$\frac{\partial \rho_2 \mathbf{V}_2^k}{\partial t} + \nabla^i(\rho_2 \mathbf{V}_2^k \mathbf{V}_2^i) = -\mathbf{F}_k - \alpha \nabla^k \mathbf{p}, (i, \mathbf{k} = 1, 2); \quad (3)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\mathbf{e}_1)}{\partial t} + \nabla^i(\mathbf{V}_1^i(\mathbf{e}_1 + p - \tau_{ii}) - \mathbf{V}_1^k \tau_{ki} - \lambda \nabla^i \mathbf{T}) = \\ = \mathbf{Q} - |\mathbf{F}_k|(\mathbf{V}_1^k - \mathbf{V}_2^k) + \alpha \nabla^k(\mathbf{p} \mathbf{V}_1^k), (i, \mathbf{k} = 1, 2); \end{aligned} \quad (4)$$

$$\frac{\partial(\mathbf{e}_2)}{\partial t} + \nabla^k(\mathbf{e}_2 \mathbf{V}_2^k) = \mathbf{Q}, (\mathbf{k} = 1, 2), \mathbf{V}_i = [\mathbf{u}_i, \mathbf{v}_i]; i = 1, 2; \quad (5)$$

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathbf{x}_1^2} + \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \mathbf{x}_2^2} = \rho_2 \mathbf{q}_0. \quad (6)$$

Тензор вязких напряжений несущей среды вычисляется следующим образом:

$$\tau_{11} = \left(2 \frac{\partial \mathbf{u}_1}{\partial \mathbf{x}_1} - \frac{2}{3} \nabla \mathbf{V}_1 \right), \tau_{22} = \left(2 \frac{\partial \mathbf{v}_1}{\partial \mathbf{x}_2} - \frac{2}{3} \nabla \mathbf{V}_1 \right), \tau_{ik} = \tau_{ki} = \mu \nabla \mathbf{V}_i.$$

Межфазное силовое взаимодействие описывается уравнениями:

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{x1} = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{2r} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \\ + 0,5 \alpha \rho_2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) - q_0 \rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_{x2} = \frac{3}{4} \frac{\alpha}{2r} C_d \rho_1 \sqrt{(u_1 - u_2)^2 + (v_1 - v_2)^2} (u_1 - u_2) + \alpha \rho_1 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right) + \\ + 0,5 \alpha \rho_2 \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} + u_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + v_1 \frac{\partial u_1}{\partial x_2} - \frac{\partial u_2}{\partial t} + u_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_1} + v_2 \frac{\partial u_2}{\partial x_2} \right) - q_0 \rho_2 \frac{\partial \varphi}{\partial x_1} - \alpha \rho_{20}. \end{aligned}$$

Компоненты вектора межфазного силового взаимодействия включают в себя силу аэродинамического сопротивления, силу Архимеда, силу присоединённых масс [6, с. 57], силу тяжести, действующую в направлении x_2 , а также силу Кулона [8; 12]. Здесь p, ρ_1, u_1, v_1 – давление, плотность, декартовы составляющие скорости несущей среды в направлении осей x_1 и x_2 соответственно; T_1, e_1 – температура и полная энергия газа; $\rho_2, T_2, e_2, u_2, v_2$ – средняя плотность, температура, внутренняя энергия, декартовы составляющие скорости дисперсной фазы; F_k – составляющие вектора силового взаимодействия дисперсной фазы и несущей среды; $k = 1, 2$; Q – тепловой поток между дисперсной фазой и несущей средой [2; 6; 11]; λ и μ – теплопроводность и вязкость несущей среды соответственно. Температура несущей среды находится

из уравнения $T_1 = (\gamma - 1) \frac{\left(\frac{e_1}{\rho_1} + 0,5(u_1^2 + v_1^2)\right)}{R}$, где R – газовая постоянная несущей фазы, γ – постоянная адиабаты. Внутренняя энергия взвешенной в газе дисперсной фазы определяется как $e_2 = \rho_2 C_p T_2$, где C_p – удельная теплоёмкость единицы массы вещества дисперсной фазы. Тепловой поток между компонентами смеси описывается выражением: $Q = \alpha^T 4\pi r^2 (T_1 - T_2) n = \frac{6\alpha Nu \lambda (T_1 - T_2)}{2r^2}$; здесь α – коэффициент теплообмена на поверхности частица-несущая среда, n – концентрация частиц дисперсной фазы. Число Нуссельта определяется с помощью известной аппроксимации в зависимости от относительных чисел Маха, Рейнольдса и от числа Прандтля [2; 6; 11]:

$$M_{21} = \frac{|\bar{V}_1 - \bar{V}_2|}{c}, Re_{21} = \rho_1 \frac{|\bar{V}_1 - \bar{V}_2| 2r}{\mu}, Pr = \gamma C_p \mu \lambda,$$

$$Nu = 2 \exp(-M_{20}) + 0,459 Re_{20}^{0,55} Pr^{0,33}, 0 \leq M_{21} \leq 2, 0 \leq Re_{21} < 2 \cdot 10^5.$$

На границах расчётной области задавались граничные условия Дирихле для составляющих векторов скоростей и граничные условия Неймана для остальных функций [2; 9; 10; 15; 17; 19]. Составляющие силы Кулона на единицу объёма газозвеси определяются через её удельный заряд, объёмную плотность твёрдой фазы и напряжённость электрического поля. Потенциал электрического поля в расчётной области определяется из решения уравнения Пуассона с граничными условиями Дирихле – (5). В правой части уравнения Пуассона содержится плотность заряда газозвеси, отнесённая к абсолютной диэлектрической проницаемости несущей среды [8; 13; 19]:

$$\operatorname{div} \mathbf{E} = \frac{\rho_{text}}{\epsilon \epsilon_0}, \mathbf{E} = -\bar{\nabla} \varphi, \Delta^2 \varphi = -\frac{\rho_{text}}{\epsilon \epsilon_0}, \rho_{text} = \rho_1 \cdot q, \epsilon_0 = \frac{10^{-9}}{36\pi}, \Phi/\text{м}$$

где q_0 – удельный заряд единицы массы твёрдой фракции, φ – потенциал внутреннего электрического поля. Система уравнений динамики многофазной среды (1–4) решалась явным конечно-разностным методом Мак-Кормака [12, с. 450]. Шаг по времени вычислялся, исходя из условия Куранта – Фридрихса – Леви [Там же, с. 279]. Монотонность решения достигалась с помощью применения схемы коррекции [5, с. 78]

после перехода с предыдущего на новый временной слой $-t = t^{n+1}$. Алгоритм численного решения системы уравнений математической модели реализован на языке программирования *Fortran*. Уравнение Пуассона для потенциала электрического поля (5) решалось методом конечных разностей с помощью итерационной схемы метода установления [1, с. 192] на газодинамической расчётной сетке. В работе исследователя [15, с. 250] проведено сопоставление результатов расчётов нестационарных течений неоднородной среды, с применением описанной методики моделирования, с известными из литературы результатами численного моделирования, в которых применялся метод крупных частиц. Также результаты расчётов ударно-волновых течений запылённой среды явным конечно-разностным методом Мак-Кормака сопоставлены с результатами физического эксперимента [17, с. 72]. Сопоставление расчётов течений многофазных сред с численными расчётами, проведёнными на основе другой методики моделирования и результатами физического эксперимента, показали приемлемое соответствие.

Результаты расчётов. В данной работе численно моделировалось распространение прямого скачка уплотнения, движущегося из чистого газа в запылённую среду. Моделируемая ударная труба [4, с. 120] представляет собой канал, разделённый на две части: в левой части канала находится газ, сжатый до большего давления, чем газ в правой части канала. При этом правая часть канала содержит гетерогенную среду – газ с взвешенными в нём твёрдыми частицами. В расчётах предполагалось, что давление газа в камерах высокого и низкого давлений $p_2 = 1,01$ бар и $p_1 = 1$ бар соответственно, то есть интенсивность разрыва давлений существенно меньше, чем давление невозмущенного газа. Дисперсная фаза в камере низкого давления имела объёмное содержание $\alpha = 0,0005$ и истинную плотность материала $\rho_2 = 1850$ кг/м³. Длина канала составляла $L = 10$ м, ширина канала $h = 0,1$ м; предполагалось, что все частицы дисперсной фазы имеют электрический заряд одинакового знака, с удельным массовым зарядом $q_0 = 0,001$ Кл/кг.

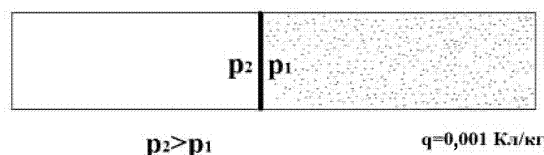


Рис. 1. Схематичное изображение ударной трубы

Fig. 1. Schematic representation of the shock tube

Численное моделирование процессов распространения ударной волны из чистого газа в запылённую среду с различным размером частиц – $d = 4$ мкм и $d = 400$ мкм (рис. 2) показывает, что уменьшение размера частиц приводит к уменьшению скорости распространения ударной волны по газозвеси и увеличению давления на переднем крае волны сжатия. На рис. 3 представлено распределение удельного воздействия силы Кулона на единицу массы дисперсной смеси. Из рисунка следует, что сила Кулона направлена из запылённой среды в чистый газ. Направление силы Кулона объясняется тем, что все частицы имеют одинаковый заряд. Вследствие межфазного

взаимодействия движение твёрдых частиц, вызванного наличием внутреннего электрического поля, создаётся акустическое возмущение [19, с. 1143]. Возмущение давления при отсутствии воздействия на электрически заряженную запылённую среду аэродинамических сил создаёт течение многофазного потока, движущегося в направлении приложения кулоновских сил [10; 19].

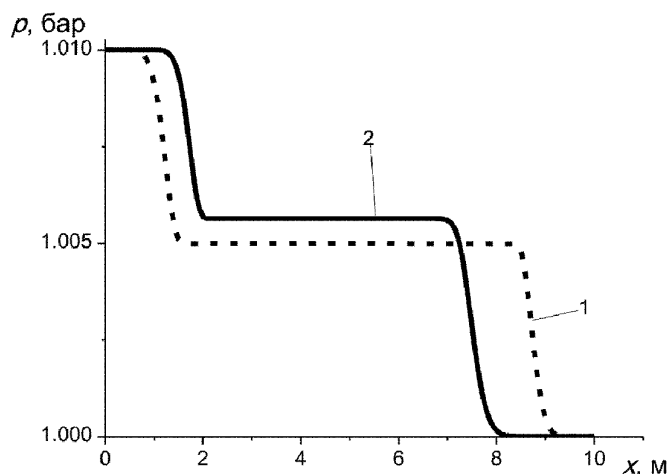


Рис. 2. Результаты численных расчётов распределения давления газа при распространении ударной волны из газа в газозвесь. Момент времени – $t = 14$ мс.

Кривая 1 – газозвесь с диаметром частиц $d = 400$ мкм; кривая 2 – газозвесь с диаметром частиц $d = 4$ мкм.

Fig. 2. The results of numerical calculations of the distribution of gas pressure during the propagation of a shock wave from gas to gas suspension. Moment of time – $t = 14$ ms.

Curve 1 – gas suspension with a particle diameter of $d = 400 \mu m$; curve 2 – gas suspension with a particle diameter of $d = 4 \mu m$

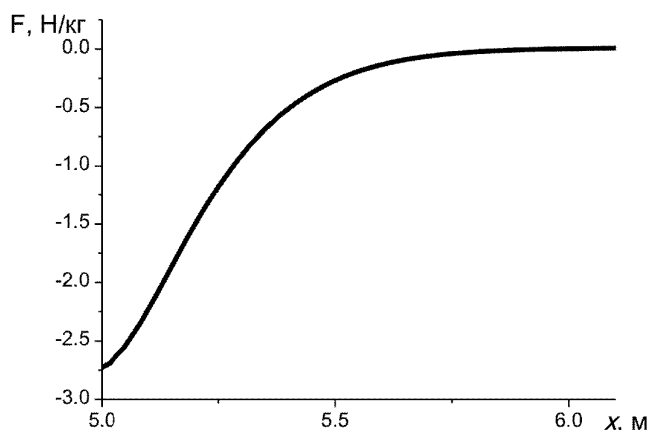


Рис. 3. Пространственное распределение удельной силы Кулона вдоль продольной координаты. Момент времени $t = 13$ мс

Fig. 3. The spatial distribution of the specific gravity of the Coulomb along the longitudinal coordinate. Moment of time – $t = 13$ ms

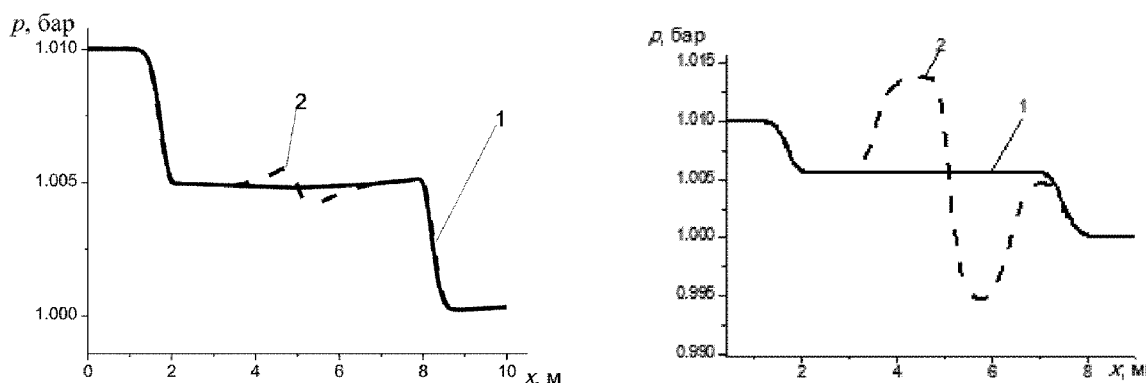


Рис. 4. Пространственное распределение давления в канале при диаметре частиц а) $d = 400$ мкм; б) $d = 4$ мкм. Момент времени $t=14$ мс. Кривая 1 – распределение давления для электрически нейтральной газозвеси; кривая 2 – распределение давления для электрически заряженной газозвеси

Fig. 4. The spatial distribution of pressure in the channel with a particle diameter of а) $d = 400 \mu m$; б) $d = 4 \mu m$. Moment of time – $t = 14 ms$. Curve 1 – is the pressure distribution for an electrically neutral gas suspension; curve 2 – is the pressure distribution for an electrically charged gas suspension

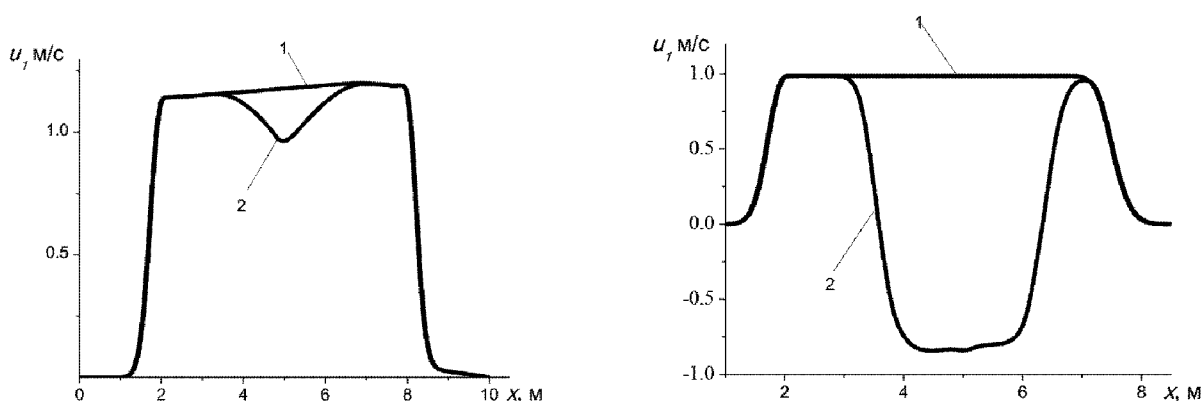


Рис. 5. Пространственное распределение продольной составляющей скорости газа в канале при диаметре частиц а) $d = 400$ мкм; б) $d = 4$ мкм. Момент времени – $t = 14$ мс. Кривая 1 – распределение скорости газа для электрически нейтральной газозвеси; кривая 2 – распределение скорости газа для электрически заряженной газозвеси

Fig. 5. Spatial distribution of the longitudinal component of the gas velocity in the channel with a particle diameter of а) $d = 400 \mu m$; б) $d = 4 \mu m$. Moment of time – $t = 14 ms$. Curve 1 – gas velocity distribution for an electrically neutral gas suspension; curve 2 – gas velocity distribution for an electrically charged gas suspension

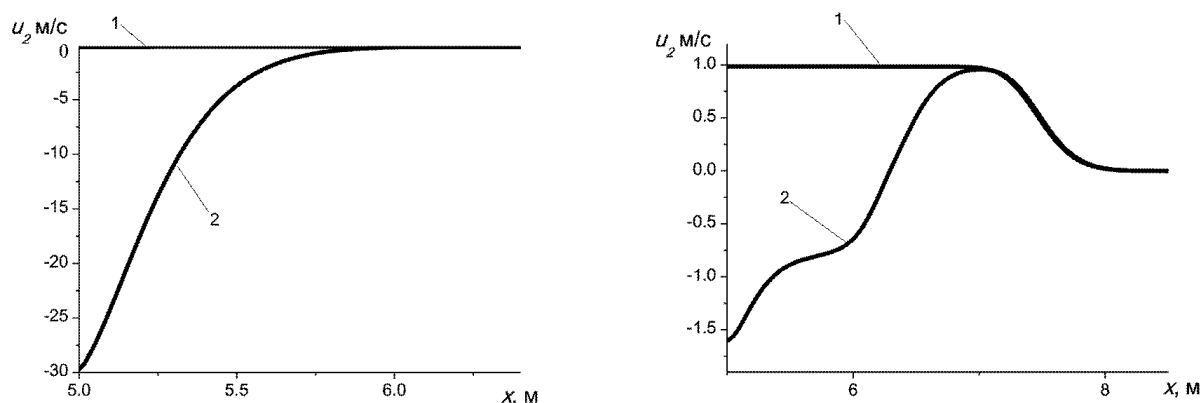


Рис. 6. Пространственное распределение продольной составляющей скорости дисперсной компоненты смеси в канале при диаметре частиц а) $d = 400$ мкм; б) $d = 4$ мкм. Момент времени – $t = 14$ мс. Кривая 1 – распределение скорости электрически нейтральной дисперсной компоненты; кривая 2 – распределение скорости электрически заряженной дисперсной компоненты

Fig. 6. Spatial distribution of the longitudinal component of the gas velocity in the channel with a particle diameter of а) $d = 400 \mu m$; б) $d = 4 \mu m$. Moment of time – $t = 14 ms$. Curve 1 – velocity distribution of the electrically neutral dispersed component; curve 2 – velocity distribution of the electrically charged dispersed component

На рис. 4а, б изображены распределения давления газа в ударной трубе при распространении ударной волны в нейтральную и электрически заряженную газовзвеси – кривые 1 и 2 соответственно. При распространении ударной волны из чистого газа в электрически заряженную запылённую среду с крупнодисперсными частицами диаметром $d = 400$ мкм на участке движения спутного потока газа, образуется возмущение давления газа, имеющее вид волны сжатия и разряжения (рис. 4а). При распространении ударной волны из чистого газа в мелкодисперсную электрически заряженную газовзвесь $d = 4$ мкм формируется возмущение давления, интенсивность которого превосходит интенсивность ударной волны, распространяющейся из чистого газа в газовзвесь (рис. 4б). Возмущение давления газа, образовавшееся в электрически заряженной мелкодисперсной газовзвеси, распространяется из запылённой среды в чистый газ (рис. 4б). Формируемая начальным разрывом давлений ударная волна предельно малой интенсивности поглощается более мощным возмущением давления [3, с. 582], которое образуется вследствие межфазного взаимодействия при движении дисперсной компоненты смеси, вызванном воздействием кулоновских сил. Из результатов численных расчётов для электрически заряженных и нейтральных газовзвесей следует, что в крупнодисперсной газовзвеси скорость газа на участке спутного (за ударной волной) потока газа несколько меньше, чем в нейтральной газовзвеси с тем же размером частиц (рис. 5а). В мелкодисперсной заряженной газовзвеси газ движется по направлению, противоположному направлению движения газа в электрически нейтральной газовзвеси (рис. 5б). При этом из результатов моделирования следует, что скорость дисперсной компоненты для электрически заряженных крупных частиц существенно превосходит скорость электрически заряженных мел-

кодисперсных частиц (рис. 6а, б). Выявленные закономерности можно объяснить тем, что в данной модели рассматриваются сферические частицы. При неизменном объёмном содержании дисперсной фазы смеси уменьшение линейного размера частиц в m раз, к уменьшению площади поверхности единичной частицы в m^2 раз и к увеличению общего количества частиц m^3 раз. То есть при уменьшении размера частиц происходит кратный рост площади межфазного взаимодействия. При этом необходимо учитывать, что увеличение линейного размера частицы приводит к увеличению массы частицы в кубической пропорции. Таким образом, на частицы большего размера приходится большее воздействие силы Кулона.

Выводы. В данной работе в результате численного моделирования выявлены закономерности воздействия ударной волны предельно малой интенсивности $\Delta p = p_2 - p_1 = 980$ Па (0,01 атмосферы) на электрически заряженную запылённую среду покоящуюся в начальный момент времени. В работе определено, что при данных интенсивностях ударной волны дисперсная компонента смеси, преодолевая силу аэродинамического сопротивления, движется под действием силы Кулона. При этом скорость движения частиц дисперсной компоненты прямо пропорциональна размеру частиц. При движении дисперсной компоненты смеси за счёт межкомпонентного взаимодействия формируется возмущение давления газа. Для параметров газовой компоненты смеси можно выделить ряд закономерностей:

- 1) дисперсная компонента смеси оказывает большее влияние на скорость течения газа в мелкодисперсной газозвеси;
- 2) интенсивность возмущения давления возрастает с уменьшением размера частиц.

Численное моделирование показало, что для крупнодисперсных электрически заряженных запылённых сред возмущение давления распространяется в область течения спутного потока газа. Для мелкодисперсных электрически заряженных запылённых сред интенсивность возмущения давления, формируемого движением электрически заряженных пылевых частиц, столь велика, что поглощает основную ударную волну в газе.

Список литературы

1. Крылов В. И., Бобков В. В., Монастырный П. И. Вычислительные методы. М.: Наука, 1977. Т. 2. 401 с.
2. Кутушев А. Г. Математическое моделирование волновых процессов в аэродисперсных и порошкообразных средах. СПб.: Недра, 2003. 284 с.
3. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. В. Теоретическая физика. Гидродинамика. М.: Наука, 1986. 736 с.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. М.: Дрофа, 2003. 784 с.
5. Музафаров И. Ф., Утюжников С. В. Применение компактных разностных схем к исследованию нестационарных течений сжимаемого газа // Математическое моделирование. 1993. Т. 5, № 3. С. 74–83.

6. Нигматулин Р. И. Основы механики гетерогенных сред: монография. М.: Наука, 1978. 336 с.
7. Панюшкин В. В., Пашин М. М. Измерение заряда порошка, наносимого распылителями с внешней зарядкой // Лакокрасочные материалы и их применение. 1984. № 2. С. 25–27.
8. Сальянов Ф. А. Основы физики низкотемпературной плазмы, плазменных аппаратов и технологий. М.: Наука, 1997. 240 с.
9. Тукмаков Д. А. Численное моделирование колебаний электрически заряженной гетерогенной среды, обусловленных межкомпонентным взаимодействием // Известия высших учебных заведений. Прикладная нелинейная динамика. 2019. Т. 27, № 3. С. 73–85.
10. Тукмаков А. Л. Численное моделирование акустических течений при резонансных колебаниях газа в закрытой трубе // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. 2006. № 4. С. 33–36.
11. Федоров А. В., Фомин В. М., Хмель Т. А. Волновые процессы в газозвесах частиц металлов. Новосибирск, 2015. 301 с.
12. Флетчер К. Вычислительные методы в динамике жидкости: в 2 т. Т. 2. М.: Мир, 1991. 552 с.
13. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // High Temperature. 2012. Vol. 50, No. 5. P. 571–578.
14. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // Thermophysics and Aeromechanics. 2013. Vol. 20, No. 1. P. 79–86.
15. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // Mathematical Models and Computer Simulations. 2015. Vol. 7, No. 3. P. 246–253.
16. Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // Computational Mathematics and Mathematical Physics. 2016. Vol. 56, No. 12. P. 2068–2078.
17. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures // Doklady Physics. 2016. Vol. 61, No. 2. P. 70–73.
18. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // International Journal of Heat and Mass Transfer. 2016. Vol. 93. P. 778–787.
19. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // Journal of Engineering Physics and Thermophysics. 2018. Vol. 91. Is. 5, P. 1141–1147.
20. Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // Powder Technology. 2019. Vol. 345. P. 346–351.
21. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an rf glow discharge // Plasma Physics Reports. 2013. Vol. 39, No. 13. P. 1096–1098.

Статья поступила в редакцию 29.01.2020; принята к публикации 25.02.2020.

Библиографическое описание статьи

Ахунув А. А., Тукмаков Н. А., Тукмаков Д. А. Численное исследование распространения ударной волны предельно малой интенсивности из чистого газа в электрически заряженную запылённую среду // Учёные записки Забайкальского государственного университета. 2020. Т. 15, № 3. С. 6–18. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-6-18.

Adel A. Akhunov¹,

Graduate Student,

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev,

(10 st. K. Marx, Kazan, 20111, Russia),

e-mail: Ahunov.Adel@yandex.ru

ORCID: 0000-0001-9216-4675

Nadejda A. Tukmakova²,

Assistant,

Kazan National Research Technical University named after A. N. Tupolev

(10 st. K. Marx, Kazan, 20111, Russia)

e-mail: nadejdatukamkova@yandex.ru

Dmitry A. Tukmakov³,

Candidate of Physical and Mathematical Sciences,

Kazan Scientific Center of the Russian Academy of Sciences

(2/31 st. Lobachevsky, Kazan, 420111, Russia)

e-mail: tukmakovDA@imm.knc.ru,

ORCID: 0000-0002-0335-8548

A Numerical Study of the Propagation of a Shock Wave of Extremely Low Intensity from a Pure Gas into an Electrically Charged Dusty Medium⁴

In this paper, authors consider the propagation of a shock wave of extremely low intensity from a pure gas to a heterogeneous mixture consisting of solid particles suspended in a gas and having an electric charge. The mathematical model used takes into account the speed and thermal interaction of the carrier and dispersed components of the mixture. The force interaction of particles and gas included the Stokes force, the strength of the attached masses, as well as the dynamic force of Archimedes. The carrier medium was described as a viscous compressible

¹A. A. Akhunov systematized article material.

²N. A. Tukmakova: systematized the material of the article.

³D. A. Tukmakov: writing the text of an article, conducting numerical calculations, finalizing a software implementation of a numerical model of the dynamics of an electrically charged dusty medium.

⁴This work was financially supported by the Russian Foundation for Basic Research (grant No. № 19-01-00442) “Features and effects of wave dynamics of multiphase media”) and also with the financial support of the Ministry of Education and Science of Russia in the framework of the fulfillment of obligations under the Agreement number 075-03-2020-051 / 3 of 06/09/2020 (topic number fzsu-2020-0021).

heat-conducting gas. The equations of the mathematical model were solved by the explicit finite-difference method of the second order of accuracy, using the non-linear correction of the grid function. The system of equations of the mathematical model was supplemented by boundary and initial conditions for the desired functions. As a result of numerical simulation, it was found that in an electrically charged gas suspension there is a difference in pressure and gas velocity, the velocity of the dispersed component, from similar values in a gas suspension with an electrically neutral dispersed component. The revealed differences in the parameters of the carrier medium during the propagation of a shock wave from a pure gas into a neutral and electrically charged dusty medium arise due to the force interaction of the gas and solid components of a heterogeneous mixture, the solid component of which is affected by the Coulomb force.

Keywords: multiphase media, interfacial interaction, shock waves, Navier-Stokes equation, internal electric field, electrohydrodynamics

Translit

1. Krylov V. I., Bobkov V. V., Monastyrnyj P. I. *Vychislitel'nye metody*. M.: Nauka, 1977. T. 2. 401 s.
2. Kutushev A. G. *Matematicheskoe modelirovanie volnovykh processov v aerodispersnyh i poroshkoobraznyh sredah*. SPb.: Nedra, 2003. 284 s.
3. Landau L. D., Lifshic E. V. *Teoreticheskaya fizika. Gidrodinamika*. M.: Nauka, 1986. 736 s.
4. Lojcyanskij L. G. *Mekhanika zhidkosti i gaza*. M.: Drofa, 2003. 784 s.
5. Muzafarov I. F., Utyuzhnikov S. V. *Primenenie kompaktnykh raznostnykh skhem k issledovaniyu nestacionarnykh techenij szhimaemogo gaza // Matematicheskoe modelirovanie*. 1993. T. 5, № 3. S. 74–83.
6. Nigmatulin R. I. *Osnovy mekhaniki geterogennykh sred: monografiya*. M.: Nauka, 1978. 336 s.
7. Panyushkin V. V., Pashin M. M. *Izmerenie zaryada poroshka, nanosimogo raspylitel'yami s vneshnej zaryadkoj // Lakokrasochnye materialy i ih primenenie*. 1984. № 2. S. 25–27.
8. Sal'yanov F. A. *Osnovy fiziki nizkotemperaturnoj plazmy, plazmennyykh apparatov i tekhnologij*. M.: Nauka, 1997. 240 s.
9. Tukmakov D. A. *CHislennoe modelirovanie kolebanij elektricheskij zaryazhennoj geterogennoj sredy, obuslovlennykh mezhhkomponentnym vzaimodejstviem // Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Prikladnaya nelinejnaya dinamika*. 2019. T. 27, № 3. S. 73–85.
10. Tukmakov A. L. *CHislennoe modelirovanie akusticheskikh techenij pri rezonansnykh kolebaniyah gaza v zakrytoj trube // Izvestiya vysshih uchebnykh zavedenij. Aviacionnaya tekhnika*. 2006. № 4. S. 33–36.
11. Fedorov A. V., Fomin V. M., Hmel' T. A. *Volnovye processy v gazovzvesyah chastic metallov*. Novosibirsk, 2015. 301 s.
12. Fletcher K. *Vychislitel'nye metody v dinamike zhidkosti: v 2 t. T. 2*. M.: Mir, 1991. 552 s.
13. Dikalyuk A. S., Surzhikov S. T. *Numerical simulation of rarefied dusty plasma in a normal glow discharge // High Temperature*. 2012. Vol. 50, No. 5. P. 571–578.
14. Glazunov A. A., Dyachenko N. N., Dyachenko L. I. *Numerical investigation of the flow of ultradisperse particles of the aluminum oxide in the solid-fuel rocket engine nozzle // Thermophysics and Aeromechanics*. 2013. Vol. 20, No. 1. P. 79–86.

15. Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Numerical investigation of the evolution of a shock wave in a gas suspension with consideration for the nonuniform distribution of the particles // *Mathematical Models and Computer Simulations*. 2015. Vol. 7, No. 3. P. 246–253.
16. Sadin D. V. TVD scheme for stiff problems of wave dynamics of heterogeneous media of nonhyperbolic nonconservative type // *Computational Mathematics and Mathematical Physics*. 2016. Vol. 56, No. 12. P. 2068–2078.
17. Nigmatulin R. I., Gubaidullin D. A., Tukmakov D. A. Shock Wave Dispersion of Gas-Particle Mixtures // *Doklady Physics*. 2016. Vol. 61, No. 2. P. 70–73.
18. Tadaa Y., Yoshioka S., Takimoto A., Hayashi Y. Heat transfer enhancement in a gas–solid suspension flow by applying electric field // *International Journal of Heat and Mass Transfer*. 2016. Vol. 93. P. 778–787.
19. Tukmakov A. L., Tukmakov D. A. Generation of Acoustic Disturbances by a Moving Charged Gas Suspension // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. 2018. Vol. 91. Is. 5, P. 1141–1147.
20. Zhuoqing A., Jesse Z. Correlating the apparent viscosity with gas-solid suspension flow in straight pipelines // *Powder Technology*. 2019. Vol. 345. P. 346–351.
21. Zinchenko S. P., Tolmachev G. N. Accumulation of products of ferroelectric target sputtering in the plasma of an rf glow discharge // *Plasma Physics Reports*. 2013. Vol. 39, No. 13. P. 1096–1098.

Received: January 29, 2020; accepted for publication February 25, 2020

Reference to article

Akhunov A. A., Tukmakova N. A., Tukmakov D. A. A Numerical Study of the Propagation of a Shock Wave of Extremely Low Intensity from a Pure Gas into an Electrically Charged Dusty Medium // *Scholarly Notes of Transbaikal State University*. 2020. Vol. 15, No. 3. PP. 6–18. DOI: 10.21209/2658-7114-2020-15-3-6-18.